

## כיצד ניתן לדעת מה הוא הכדור השונה?

ראשית נבחין בעובדה הבאה, כל שקילה יכולה לתת 3 תשובות אפשריות: איזה מן הצדדים הוא הכבד, או אם הם שווים. לכן סדרה של שלוש שקילות מפרידה בין לא יותר מ-27 אפשרויות שונות, שתי שקילות מפרידות בין 9, ושקילה אחת בין 3. מספר האפשרויות הכללי בחידה הנתונה הוא 26: איזה מבין 13 הכדורים הוא השונה, והאם הוא קל יותר או כבד יותר מן האחרים. לכן ייתכן שבעזרת שלוש שקילות נדע מי הכדור השונה והאם הוא כבד או קל. בנוסף, כל השקילות חייבות להיות בין קבוצות עם מספר זהה של כדורים, כי המידע שנקבל משקילת קבוצות בגדלים שונים הוא לא מספיק (ייתכן שההפרש במשקל בין כדור רגיל לשונה קטן ממשקל הכדור, ולכן תמיד הקבוצה הגדולה יותר תשקול יותר).

נסמן ב- $x$  את גודל הקבוצות שנשקול בפעם הראשונה, וננסה להפריד בעזרתה לאפשרויות כך שכל תוצאה תוכל להתפרש כלא יותר מ-9 אפשרויות שונות (אחרת, שתי השקילות הנוספות לא יוכלו להפריד בין האפשרויות). אם שתי הקבוצות ששקלנו שוות משקל, אז נותרו לנו  $2(13-2x)$  אפשרויות, (משקל הכדור כפול מספר הכדורים שנשארו) ומכיוון שנרצה פחות מ-9 אז נקבל כי  $x \geq 5$  (כי  $x$  הוא מס' שלם). אם אחת הקבוצות יותר כבדה אז נותרו לנו  $2x$  אפשרויות (כי המשקל של הכדור ייקבע לפי הקבוצה בה הוא נמצא, וידוע שהוא נמצא באחת משתי הקבוצות) ולכן  $x \leq 4$  (כי  $x$  שלם).

זו בעיה, וכדי לפתור אותה נצטרך לצמצם אפשרויות. נזכור כי לא נדרשנו לדעת האם הכדור השונה הוא קל או כבד אלא רק מי הוא. נבחר כדור כלשהו ונניח אותו בצד. נותרו לנו 12 כדורים ו-25 אפשרויות: 24 אפשרויות בהן אחד הכדורים הנ"ל כבד או קל, והאפשרות שבה כולם באותו משקל, כלומר הכדור ה-13 הוא השונה. באותו אופן אפשר לראות כי  $x = 4$  פותר את הבעיה הנוכחית - כלומר בעזרת שקילה של ארבעה כדורים כנגד ארבעה אחרים ניתן להפריד את 25 המקרים כך שכל תוצאה אפשרית של השקילה תוביל ל-9 אפשרויות לכל היותר!

זה הרעיון שיוכל לעזור לך לפתור את החידה (או להבין כיצד היית יכול לפתור אותה יותר מהר אם כבר פתרת אותה)